Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel medio
Prueba 2

Viernes 5 de mayo de 2017 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

2217 – 7310

14 páginas

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

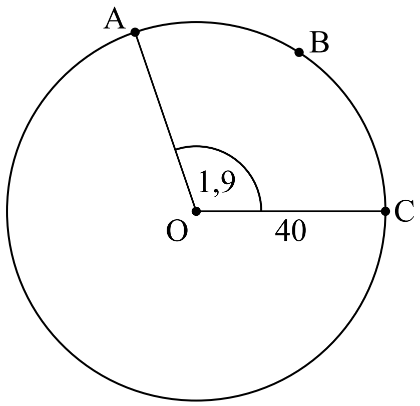
Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio $40\,\mathrm{cm}$.

la figura no está dibujada a escala



Los puntos A, B y C pertenecen a la circunferencia del círculo y $\mathrm{A\hat{O}C} = 1{,}9$ radianes.

(a) Halle la longitud del arco ABC. [2]

(b) Halle el perímetro del sector circular OABC. [2]

(c) Halle el área del sector circular OABC. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

2. [Puntuación máxima: 7]

En la siguiente tabla se muestra la temperatura máxima T, en grados Celsius, que se registró en un parque en seis días elegidos al azar. La tabla también muestra el número de visitantes, N, que acudieron al parque cada uno de esos seis días.

Temperatura máxima (T)	4	5	17	31	29	11
Número de visitantes (N)	24	26	36	38	46	28

La relación entre ambas variables se puede modelizar por la ecuación de regresión $N = aT + b$.

(a) (i) Halle el valor de a y de b.

(ii) Escriba el valor de r. [4]

(b) Utilice la ecuación de regresión para estimar el número de visitantes que habrá un día que la temperatura máxima sea de $15\,^{\circ}\mathrm{C}$. [3]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

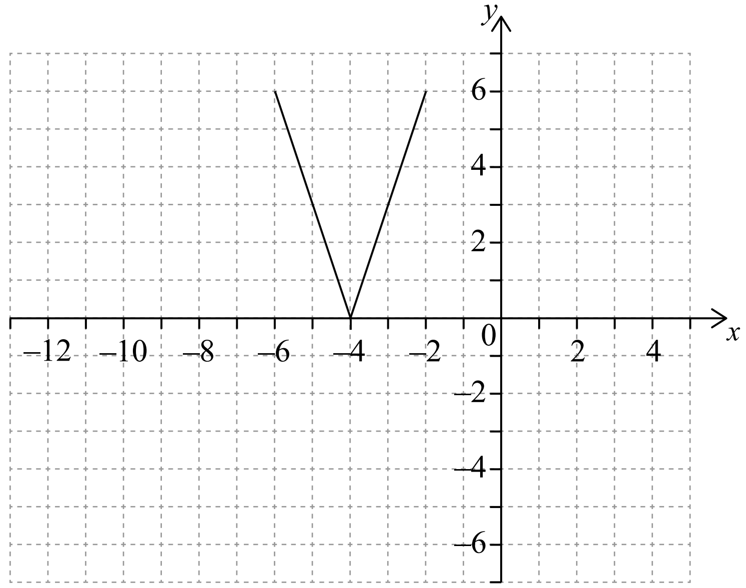
. . . .

. . . .

3. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el gráfico de una función $y = f(x)$, para $-6 \le x \le -2$. Los puntos $(-6, 6)$ y $(-2, 6)$ pertenecen al gráfico de f. Hay un punto mínimo en $(-4, 0)$.

(a) Escriba el recorrido de f. [2]



Sea $g(x) = f(x-5)$.

(b) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de g. [2]

(c) Escriba el dominio de g. [2]

4. [Puntuación máxima: 6]

En un puerto de mar, la profundidad del agua está modelizada por la función $d(t) = p\cos qt + 7{,}5$, para $0 \le t \le 12$, donde t es el número de horas transcurridas desde la marea alta.

En el momento de la marea alta, la profundidad es igual a $9{,}7$ metros.

En el momento de la marea baja, que ocurre 7 horas después, la profundidad es igual a $5{,}3$ metros.

(a) Halle el valor de p . [2]

(b) Halle el valor de q . [2]

(c) Utilice el modelo para hallar la profundidad que tiene el agua 10 horas después de la marea alta. [2]

5. [Puntuación máxima: 6]

Considere una progresión geométrica cuyo primer término es 768 y cuyo segundo término es 576.

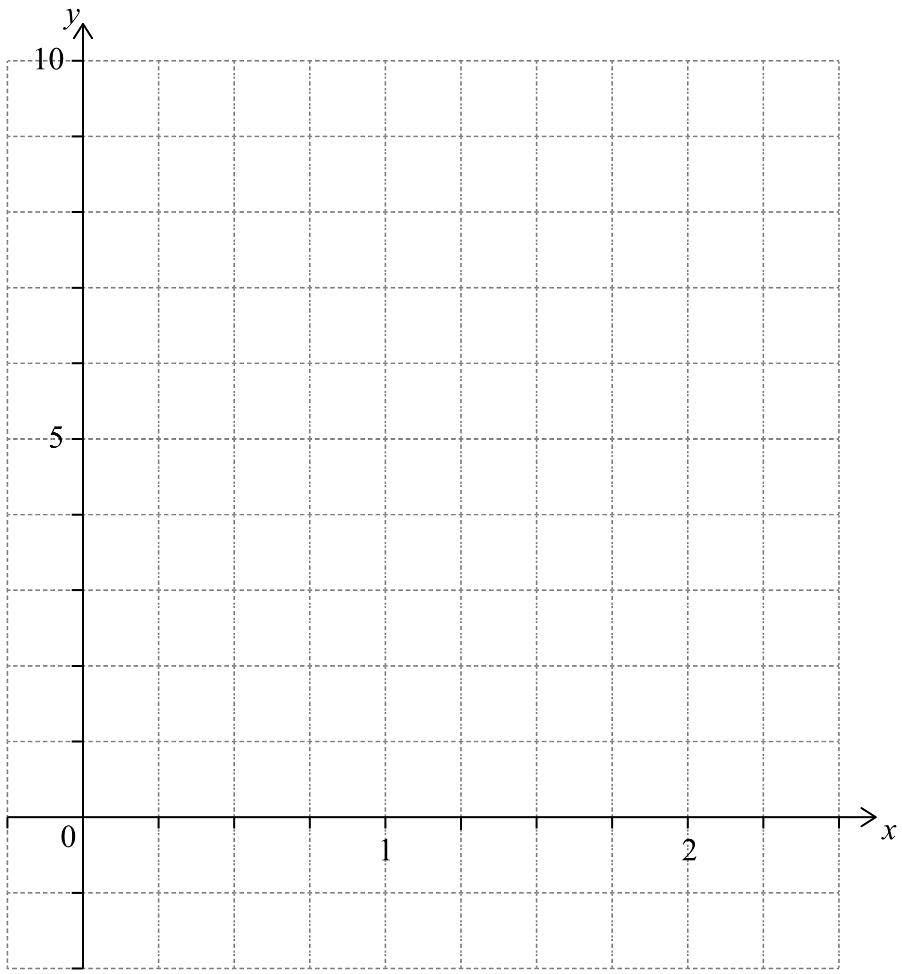
Halle el menor valor de n tal que el término enésimo de la progresión es menor que 7.

6. [Puntuación máxima: 8]

Sean $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = x^2 - 2$, para $x \in \mathbb{R}$.

(a) Muestre que $(f \circ g)(x) = x^4 - 4x^2 + 3$. [2]

(b) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de $(f \circ g)(x)$, para $0 \le x \le 2{,}25$. [3]



(c) La ecuación $(f \circ g)(x) = k$ tiene exactamente dos soluciones, para $0 \le x \le 2{,}25$. Halle los posibles valores de k. [3]

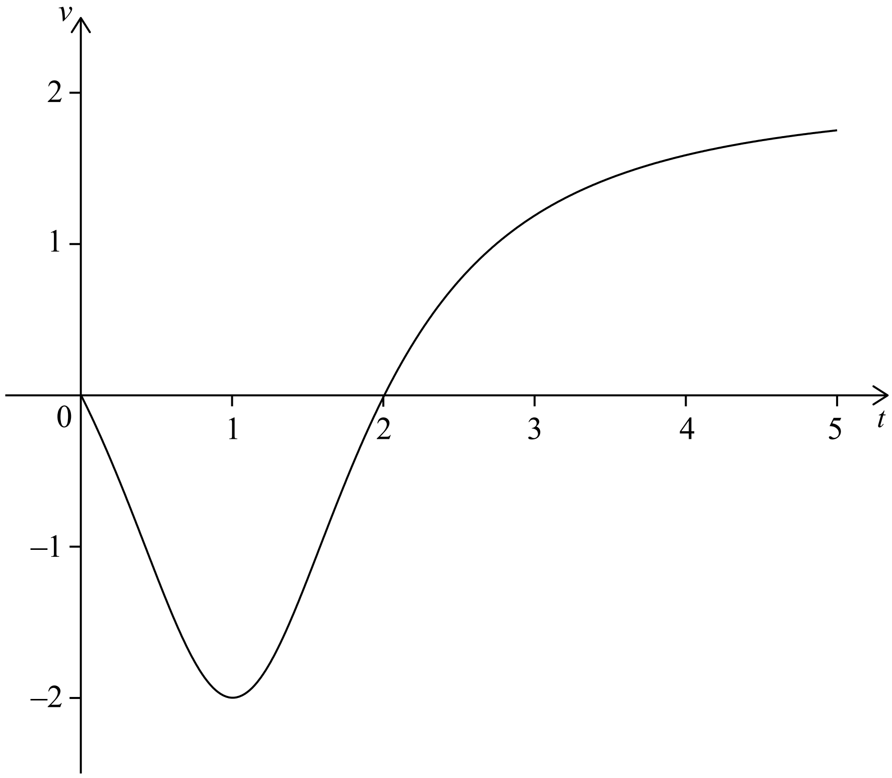
(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 6: continuación)

7. [Puntuación máxima: 6]

Nota: En esta pregunta, las distancias están en metros y el tiempo está en segundos.

Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal partiendo de un punto fijo A.
La velocidad v de la partícula, en el instante t, viene dada por
$v(t) = \dfrac{2t^2 - 4t}{t^2 - 2t + 2}$, para $0 \le t \le 5$. La siguiente figura muestra el gráfico de v.



Los cortes con el eje t están en $(0, 0)$ y $(2, 0)$.

Halle la distancia máxima a la que está la partícula del punto A durante el intervalo $0 \le t \le 5$ y justifique su respuesta.

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 7: continuación)

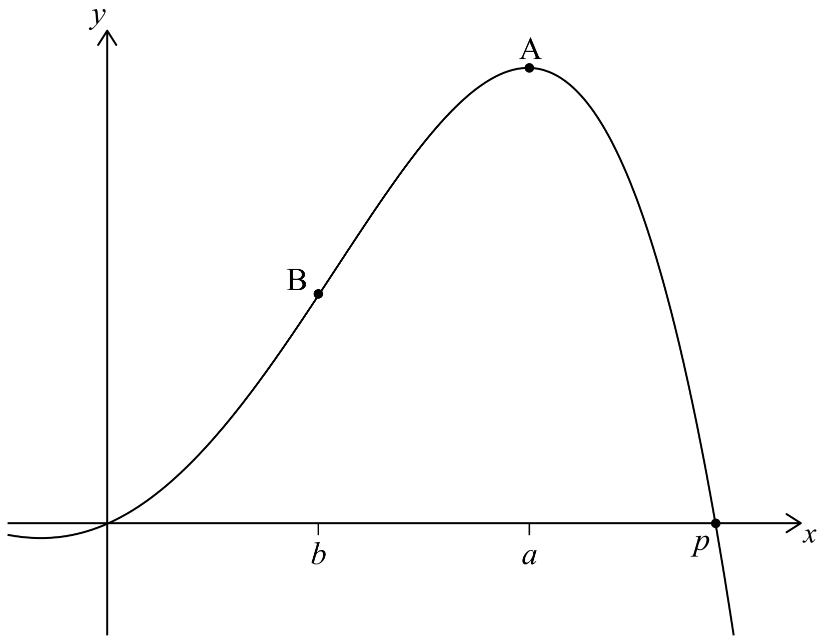
No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 15]

Sea $f(x) = -0,5x^4 + 3x^2 + 2x$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



Los cortes con el eje x están en $x = 0$ y en $x = p$. Hay un máximo en A donde $x = a$, y un punto de inflexión en B donde $x = b$.

(a) Halle el valor de p. [2]

(b) (i) Escriba las coordenadas de A.

(ii) Escriba la razón de cambio de f en A. [3]

(c) (i) Halle las coordenadas de B.

(ii) Halle la razón de cambio de f en B. [7]

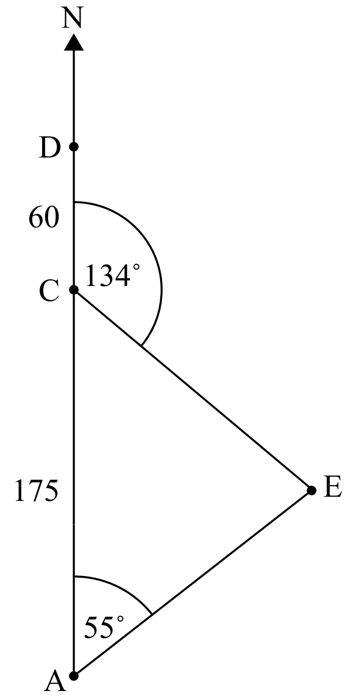
(d) Sea R la región delimitada por el gráfico de f, el eje x, la recta $x = b$ y la recta $x = a$. La región R se rota 360° alrededor del eje x. Halle el volumen del sólido de revolución así generado. [3]

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Un barco está navegando en dirección norte desde el punto A hacia el punto D. El punto C se encuentra a $175\,\text{km}$ al norte de A. El punto D se encuentra a $60\,\text{km}$ al norte de C. En E hay una isla. La demora de E desde A es de 055°. La demora de E desde C es de 134°. Esta información se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle la demora de A desde E. [2]

(b) Halle CE. [5]

(c) Halle DE. [3]

(d) Cuando el barco llega a D, cambia de dirección y navega directamente hacia la isla a $50\,\text{km}$ por hora. En el mismo momento que el barco cambia de dirección, un velero empieza a navegar hacia la isla desde un punto B. Este punto B se encuentra en (AC), entre A y C, y es el punto más próximo a la isla. El barco y el velero llegan a la isla al mismo tiempo. Halle la velocidad del velero. [5]

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 15]

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X, donde $\mathrm{E}(X) = 1{,}2$.

x	0	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$	p	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	q

(a) (i) Halle q.

(ii) Halle p. [4]

Una bolsa contiene canicas blancas y azules y se sabe que hay al menos tres de cada color. Se sacan tres canicas de la bolsa, sin reposición. El número de canicas azules que se sacan viene dado por la variable aleatoria X.

(b) (i) Escriba la probabilidad de sacar tres canicas azules.

(ii) Explique por qué la probabilidad de sacar tres canicas blancas es $\frac{1}{6}$.

(iii) La bolsa contiene un total de diez canicas, de las cuales w son blancas. Halle w. [5]

Se juega a un juego en el que se sacan tres canicas de esa bolsa que contiene diez canicas, sin reposición. El jugador gana un premio si saca tres canicas blancas.

(c) Jill juega nueve veces a este juego. Halle la probabilidad de que gane exactamente dos premios. [2]

(d) Grant juega a este juego hasta que gana dos premios. Halle la probabilidad de que gane el segundo premio en el octavo intento. [4]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.